РАССМОТРЕНО

Педагогическим советом
АНОО «Областной технолицей
им. В.И. Долгих»
Протокол от «15» января 2026 г. № 4

УТВЕРЖДЕНО

приказом директора автономной
некоммерческой общеобразовательной
организации «Областной технолицей
им. В.И. Долгих»
от «15» января 2026 г. № 215/1-О

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебного курса внеурочной деятельности
автономной некоммерческой общеобразовательной организации
«Областной технолицей им. В. И. Долгих»

«ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

для обучающихся 1-4 классов
начального общего образования
на 2026-2027 учебный год

Московская область,
м.о. Истра,
с. Павловская Слобода,
2026 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» для 1–4 классов общеобразовательных организаций является частью программы «Олимпиадная математика. 1–9 классы». Она разработана на основе федеральных государственных образовательных стандартов начального и основного общего образования, федеральных образовательных программ начального и основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности, дидактической системы «Учусь учиться» (Л.Г. Петерсон).

Программа разработана в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) — федеральной инновационной площадке Министерства просвещения РФ по теме «Механизмы сохранения лидирующих позиций Российской Федерации в области качества математического образования (ИМС “Учусь учиться”)». Реализует «Концепцию выращивания способностей и одаренности» Института СДП применительно к выращиванию математических способностей.

Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности учеников начальной школы, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КУРСА

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у *каждого* ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно *для всех* учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле.

Между тем, можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Целью курса «Олимпиадная математика» для 1–4 классов является вовлечение учеников начальных классов в математическую деятельность, развитие их познавательной мотивации, мышления, творческих способностей, формирование опыта решения нестандартных задач, знакомство с олимпиадными подходами и за счет этого — повышение уровня их общей математической подготовки, качества углубленного изучения математики и результативности олимпиадного движения в начальной и основной школе.

Концептуальная идея данного курса состоит в том, чтобы на основе системно-деятельностного подхода разработать целостный педагогический инструментарий (принципы, учебное содержание, технологии и методики, методическое обеспечение) олимпиадной подготовки по математике в 1–4 классах с позиций непрерывности образования, организовать обучение и методическое сопровождение учителей, что позволит эффективно реализовать поставленные цели математического развития учащихся начальной школы (в том числе, углубленного) и их подготовки к математическим олимпиадам по индивидуальной траектории.

Методологической основой курса «Олимпиадная математика» для 1–4 классов» являются следующие принципы:

1) ***Принцип развития***, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена, прежде всего, на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов олимпиадной математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «*развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика*».

2) ***Принцип «выращивания»*** состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

3) ***Принцип успешности*** состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются:

1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки учащихся (на уровне технологий, содержания и методик), ее достаточная полнота;

2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода;

3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владение общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.;

4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха;

5) создание единого пространства урока и внеурочной деятельности (синхронизация с непрерывным курсом математики «Учусь учиться» и системой математических олимпиад ВсОШ);

6) методическое обеспечение (программа, учебные пособия для детей, подробные решения заданий, методические рекомендации по организации занятий в технологии «Математический театр», сценарии занятий с подробными решениями, презентациями, раздаточными и демонстрационными материалами);

7) методическая поддержка учителей в рамках ИМС «Учусь учиться» (консультации, курсы, сетевые события с демонстрацией открытых занятий, творческие лаборатории и др.).

Каждая из перечисленных особенностей данного курса положительным образом влияет на качество олимпиадной подготовки учащихся и технологически обеспечивается педагогическими инструментами системы «Учусь учиться» (метод рефлексивной самоорганизации, технология деятельностного метода (ТДМ), система дидактических принципов, метод ролей, технология «Математический театр»).

Ключевым отличием курса «Олимпиадная математика» для 1–4 классов от других курсов, разработанных в данной области, является опора на общую теорию деятельности ММПК (О.С. Анисимов), что позволяет оснастить педагогов практическими инструментами решения актуальных проблем углубленной математической подготовки школьников и их подготовки к математическим олимпиадам. Системность и непрерывность, организация самостоятельной математической деятельности учащихся, их эмоциональная поддержка и индивидуальный темп продвижения, развитие мотивации, познавательных процессов и творческого потенциала, единое пространство реализации системно-деятельностного подхода на уроках и во внеурочной деятельности открывают для каждого ребенка возможность осваивать не только содержание олимпиадной подготовки на уровне своего максимума, но и развивать свои общие интеллектуальные способности к решению нестандартных задач, что жизненно важно для всех детей.

Содержание курса «Олимпиадная математика» для 1–4 классов строилось с опорой на «золотой фонд олимпиадной литературы» и проверенные временем методы и приемы решения олимпиадных задач, достаточно полно представляет

традиции олимпиадной подготовки и углубляет базовое содержание школьной программы по математике. Содержание и планируемые результаты изучения курса соотнесены с содержанием и планируемыми результатами изучения непрерывного курса математики «Учусь учиться» (*научный руководитель* — Л. Г. Петерсон), однако курс может быть введен и в школах, работающих по другим программам и учебникам.

Место курса в учебном плане

Курс «Олимпиадная математика» для 1–4 классов является курсом внеурочной деятельности. В ходе его изучения учащиеся проходят два этапа.

Программа ***первого этапа*** (подготовительного) предназначена для учащихся 1–2 классов и рассчитана на 64 ч (1 класс — 34 ч, 2 класс — 34 ч).

Программа ***второго этапа*** (ознакомительного) предназначена для учащихся 3–4 классов и рассчитана на 64 ч (в 3 классе — 34 ч, в 4 классе — 34 ч).

Содержание курса

Содержание курса «Олимпиадная математика» структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно развиваются с 1 по 4 класс, а затем продолжаются в 5–9 классах, достаточно полно представляя традиции олимпиадной подготовки и углубляя содержание школьной программы по математике.

Содержание курса на каждом этапе обучения учитывает возрастные особенности развития детей.

I этап — *мотивационный* (подготовительный) (1–2 классы)

Основной задачей данного этапа является развитие мышления школьников и формирование мотивации к решению нестандартных математических задач на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу».

На данном этапе реализуется проект «Задача дня». Детям систематически предлагаются нестандартные математические задачи в зоне их ближайшего развития («надо») и создается ситуация успеха, которая всегда вызывает радостные чувства и эмоции («хочу»). В результате удовлетворяются базовые потребности детей в безопасности, общении и поддержке, накапливается опыт решения нестандартных задач, готовится мышление и снимается страх перед новым и незнакомым («могу»). Здесь же происходит первое знакомство детей с коммуникативными ролями «автора» и «понимающего», а также ролями «мыслителя», решающего математическую задачу. Все эти роли построены не случайным образом, а на основе общих методологических понятий коммуникации и рефлексивной самоорганизации (РСО).

II этап — *ознакомительный* (3–4 классы)

Основной задачей данного этапа является знакомство учащихся с базовыми подходами, методами и приемами решения олимпиадных задач в соответствии с содержанием курса «Олимпиадная математика», а также формирование первичного опыта применения этих методов.

На данном этапе реализуется технология «Математический театр», которая является модификацией технологии деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ТДМ) для случая решения нестандартных задач. Она позволяет создать в классе творческую среду, где выращиваются навыки общения и коммуникации, уважение и признание достижений каждого учащегося, устойчивая познавательная мотивация, вера в себя.

Роли «мыслителя», которые постепенно осваивают дети при работе в технологии «Математический театр», «овнешняют» внутренние мыслительные действия по решению любых нестандартных интеллектуальных задач, делают соответствующие мыслительные шаги рефлексивной самоорганизации доступными для детей с разными типами мышления. Одновременно использование знакомых жизненных образов (или даже перевоплощение в них) окрашивает деятельность детей по решению математических задач позитивными эмоциями, становятся для них личностно значимой. Благодаря этому, в олимпиадное движение удается вовлечь более широкий круг учащихся.

По мере освоения детьми ролей «мыслителя», умственные действия при решении проблемных ситуаций постепенно переходят из внешнего плана во внутренний, их исполнение автоматизируется и становится прочной базой не только самостоятельного решения нестандартных математических задач, но и самостоятельного поиска (например, появляются задачи на дополнительные построения в геометрии, где недостаточно «знать», а нужно самому создать, «увидеть» новый, неожиданный способ решения).

На данном этапе наиболее часто используются коллективные формы достижения успеха в решении олимпиадных задач (работа в *команде* — в паре, в группе). Дети с разным уровнем подготовки работают вместе на единую цель, при этом каждый исполняет свою роль, внося свой индивидуальный вклад в общий результат. Роли подбираются в соответствии с уровнем подготовки и способностями детей. Так, роль «фотографа», который должен четко назвать, что известно в задаче, а что нужно найти, может освоить и исполнять любой ученик. Большинству учащихся посильна и интересна роль «разведчика», добывающего информацию о связях между элементами задачи из своих наблюдений, или роль «мастера», выполняющего решение по готовому плану. А кто-то предпочтет роль «оформителя», который должен понятно и красиво зафиксировать решение и т.д. Самое трудное в решении задачи — построить математическую модель задачи («переводчик»), выдвинуть идею решения и составить план («навигатор»). Эти роли выполняют наиболее подготовленные дети, но они «тянут вверх» всех членов команды — ведь в командном соревновании побеждают те, кто научился работать вместе на общий результат, используя ресурс каждого участника.

Поскольку технология «Математический театр» соотнесена с шагами ТДМ, то даже на этапе обучения в начальной школе в ней есть место для индивидуальной работы учащихся. Каждый ученик на любом занятии имеет возможность по собственному выбору решить самостоятельно аналог той

задачи, в которой он разобрался и которая ему понравилась, и таким образом, зафиксировать свой шаг вперед. При переходе в основную школу роль индивидуальных форм работы постепенно увеличивается.

В **результате** прохождения учащимися этих двух этапов открывается возможность не только повысить уровень их общей математической и углубленной подготовки, но и обеспечить качественную олимпиадную подготовку к основной школе, а главное — создать в классе среду стремления к успеху, развить познавательную мотивацию детей, поддержать их психологическое здоровье и личностный рост.

Организация образовательного процесса

Образовательный процесс в курсе «Олимпиадная математика» строится на основе дидактической системы деятельностного метода «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон), реализующей системно-деятельностный подход, где в качестве теоретической базы выбрана общая теория деятельности (О. С. Анисимов).

Ключевым инструментом, обеспечивающим реализацию *принципа развития* в курсе «Олимпиадная математика», является закон рефлексивной самоорганизации (РСО). РСО — это процесс, в котором происходит развитие человека посредством «правильного» (эффективного) преодоления затруднений. Суть закона РСО состоит в том, что в ситуации затруднения следует направить свои эмоциональные и интеллектуальные ресурсы на выявление причины, которая мешает двигаться вперед, и ее целенаправленно устранить.

Рефлексивная самоорганизация, мини-цикл (РСО)

Метод РСО положен в основу технологии деятельностного метода Л. Г. Петерсон (ТДМ), которая реализована как в непрерывном курсе математики «Учусь учиться», так и в курсе «Олимпиадной математики».

При работе в данной технологии учащиеся на каждом уроке полноценно проходят мини-цикл РСО (этапы 2–5), а значит, учатся не бояться трудностей и добиваться результата в нестандартной ситуации, развивают мышление и творческие способности, тренируют свои *soft skills*. При этом ТДМ обеспечивает системное прохождение детьми всех необходимых этапов глубокого и прочного усвоения знаний (П. Я. Гальперин).

Таким образом, школьники имеют возможность системно наращивать важные для олимпиадной подготовки интеллектуальные и общеучебные умения, повышая при этом качество освоения способов решения олимпиадных задач.

Общий методологический базис урока и внеурочной деятельности позволяет также создать единое пространство уроков по курсу математики «Учусь учиться» и внеурочной деятельности по курсу «Олимпиадной математики». Однако в отличие от уроков в школе, где учащиеся открывают новое практически всегда под руководством учителя, а затем применяют его в однотипных заданиях, в олимпиадной математике от школьников, как правило, требуется самим придумывать новые приемы решений. Но в силу возрастных особенностей они не могут освоить инструмент РСО в абстрактном виде.

Поэтому для олимпиадной математики разработан *метод ролей,* который каждому мыслительному действию в РСО сопоставляет знакомый детям жизненный образ, помогающий им «расшифровать», осознать, упорядочить и «присвоить» соответствующие мыслительные процедуры. Метод ролей реализован в педагогической технологии «Математический театр», положенной в основу практической организации образовательного процесса в одноименном курсе олимпиадной подготовки по математике.

Любая технология задает определенные условия своей реализации. Условия реализации ТДМ были также выведены не случайным образом из законов учебной деятельности и сформулированы в виде семи *дидактических принципов*, общих как для уроков математики по курсу «Учусь учиться», так и для занятий по «Олимпиадной математике».

Дидактические принципы деятельностного метода обучения:

1) *Принцип деятельности* заключается в том, что ученик, получая знания не в готовом виде, а добывая их сам, осознает содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

2) *Принцип непрерывности* означает преемственность между всеми этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных психологических особенностей развития детей.

3) *Принцип целостности* предполагает формирование у учащихся обобщенного, целостного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социокультурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук).

4) *Принцип минимакса* заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне (определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы) и обеспечить при этом усвоение содержания на уровне социально безопасного минимума (то есть минимального уровня, позволяющего продолжить учебу в школе).

5) *Принцип психологической комфортности* предполагает снятие стрессообразующих факторов образовательного процесса, создание атмосферы доброжелательности и взаимной поддержки, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества и развитие диалоговых форм общения.

6) *Принцип вариативности* предполагает формирование у учащихся способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений.

7) *Принцип творчества* означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, создание условий для приобретения учащимся собственного опыта творческой деятельности.

Общий дидактический, технологический и методический базис курса олимпиадной подготовки «Математический театр» и курса математики «Учусь учиться» обеспечивают практическую реализацию принципов, положенных в основу курса «Олимпиадная математика» (принципов развития, «выращивания» и успешности).

Содержание обучения
1-2 классы

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Числовой луч как инструмент при решении арифметических задач. Обратные действия. Приемы восстановления пропущенных чисел и знаков действий (+, –) в примерах.

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): с помощью арифметических законов, дополнения до круглого числа. Свойство изменения последней цифры числа при сложении, вычитании.

2. Числа и их свойства

Равенства со спичками (сложение, вычитание).

Приемы решения задач на правильную расстановку скобок и знаков, восстановление знаков действий. Перебор вариантов в задачах на расстановку знаков и скобок.

3. Закономерности

Числовые закономерности на сложение, вычитание, умножение, деление. Выявление и построение простейших закономерностей. Восстановление пропущенных элементов последовательностей.

4. Время и движение

Величины и их измерение. Единицы измерения длины, массы, объема (вместимости), времени, площади. Схемы в задачах о величинах.
Преобразование единиц измерения величин.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Геометрические фигуры и их свойства. Плоские и пространственные фигуры.

Составление плоских фигур из частей. Разрезания плоских фигур на две и более частей. Танграм.

Математика и красота в окружающем мире. Узоры и перенос фигур. Красота и симметрия.

2. Площади

Предварительный подсчет количества клеток в частях, на которые нужно разрезать фигуру. Разрезания на части с ограничениями.

3. Геометрические неравенства

Составление фигур из палочек. Вычисление длин ломаных на клетчатой сетке. Сравнение длин пути по прямой и по ломаной линии.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Составление числовых и буквенных выражений по рисункам. Буквенные равенства и неравенства. Буквенная запись свойств чисел и фигур. Простые уравнения и их образная интерпретация с помощью весов и геометрических фигур.

Идея единичного отрезка (части). Чертежи (схемы) с относительными размерами отрезков.

Простые уравнения на умножение и деление и их образная интерпретация с помощью прямоугольника.

2. Функциональные зависимости

Свойства предметов (цвет, форма, размер). Таблицы. Наблюдение зависимостей между величинами, компонентами арифметических действий. Задание зависимостей между величинами с помощью буквенных равенств (формул) и таблиц.

Числовой отрезок и числовой луч.

3. Неравенства и оценки

Сравнение групп предметов. Сравнение чисел и выражений. Отношения и знаки «равно», «не равно», «больше», «меньше». Разностное и кратное сравнение. Логические задачи на части и целое.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Отношения «делится», «не делится». Делители и кратное. Четные и нечетные числа. Свойство чередования четных и нечетных чисел на числовом луче.

2. Остатки

Деление с остатком. Поиск закономерностей на числовом луче. Свойство последней цифры при сложении, вычитании. Закономерности в таблице умножения.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Верно и неверно.

Логические задачи-шутки (задачи на устранение мнимых логических противоречий, внимательность). Табличная запись шагов рассуждения в логических задачах. Метод исключения. Анализ высказываний с отрицанием.

2. Принципы решения задач

Рассуждение. Алгоритм решения задачи.

Расположение объектов в порядке возрастания (убывания). Опыт перебора вариантов.

3. Алгоритмы и конструкции

Представление об алгоритме. Порядок действий. Составление алгоритмов решения в арифметических и простых логических задачах.

4. Игры и стратегии

Игры-соревнования как инструмент формирования представлений о стратегии.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

Перестановки. Перебор всех вариантов перестановки двух и трех объектов. Перестановки с ограничениями. Подсчет количества вариантов перестановки. Связь между количеством перестановок двух и трех объектов.

Дерево возможностей как способ систематического перебора вариантов.

2. Теория множеств

Разбиение предметов на части по свойствам («мешки»). Элементы группы. Задание группы предметов с помощью перечисления элементов. Выделение части группы. Сложение и вычитание групп предметов. Изображение групп с помощью овалов.

Сравнение групп предметов по количеству.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Раскраска и составление фигур по заданным условиям.

2. Теория графов

Изображение знакомств в группе людей в виде графа.

3. Комбинаторная геометрия

Представление о равных фигурах. Задачи на поиск равных фигур на клетчатой бумаге.

Ломаная линия, многоугольник. Связь между количеством сторон и вершин многоугольника. Составление фигур из палочек, перекладывание палочек.

3–4 классы

Содержание курса «Математический театр» согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 3–4 классов и структурировано в 21 тематическую линию, которые преемственно продолжают содержание подготовительного этапа курса «Олимпиадная математика» и создают базу для его развития в 5–9 классах на ознакомительном и практических этапах.

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета.

Приемы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление математических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчета двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами.

Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду.

2. Числа и их свойства

Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами.

Понятие решения буквенного ребуса. Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса при помощи метода перебора, числовых оценок.

3. Закономерности

Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами.

Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления. Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке при помощи интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач.

4. Время и движение

Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструкции в задачах про время.

Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение.

Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров.

Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков, при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объемных частей.

2. Площади

Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезаний одной и той же фигуры на равные части. Фигуры тетрамино, их нахождение с помощью метода перебора. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

Разрезания по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток).

3. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой.

Приближенное вычисление длин ломаных и кривых при помощи нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод анализа с конца.

Прием «учти лишнее». Метод подсчета двумя способами. Связь с теорией множеств.

2. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда.

Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения.

3. Неравенства и оценки

Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности.

Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и зацикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел.

Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство, для упрощения перебора вариантов.

2. Остатки

Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение).

Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n. Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах.

Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании.

2. Принципы решения задач

Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач.

Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные подзадачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях.

3. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости при помощи двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов).

Переправы. Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно).

4. Игры и стратегии

Понятие математической игры для двух игроков на примере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов. Формирование представления о выигрышных позициях.

Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей».

Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера-Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах.

Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа со множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями.

Метод введения переменной при решении задач про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее и наименьшее количество цветов. «Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски.

Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах.

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи.

Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути.

3. Комбинаторная геометрия

Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Идея об увеличении количества частей при разрезании невыпуклых фигур.

Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, не образующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур.

Планируемые результаты освоения курса

1 класс

К концу обучения в первом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

– восстанавливать пропущенные числа и знаки в примерах на сложение и вычитание (до 4 знаков, 5 чисел);

– выполнять творческие задания по составлению примеров на сложение и вычитание с пропусками чисел и знаков;

– использовать приемы упрощения устного счета при сложении и вычитании чисел: арифметические законы и прием дополнения числа до круглого;

– применять зависимость изменения результатов сложения и вычитания от изменения компонентов для упрощения вычислений;

– использовать числовой луч в качестве инструмента при решении арифметических задач повышенной сложности.

2. Числа и их свойства

– решать примеры на сложение и вычитание, составленные с помощью спичек;

– находить несоответствия в равенствах, составленных из спичек, и устранять их;

– использовать римские цифры, выполнять сравнение, сложение и вычитание с ними;

– распознавать алфавитную нумерацию, «волшебные» цифры;

– решать и составлять простые арифметические ребусы на сложение и вычитание однозначных и двузначных чисел.

3. Закономерности

– устанавливать, продолжать закономерности в расположении геометрических фигур и чисел;

– восстанавливать пропущенные элементы в последовательностях с геометрическими фигурами и числами;

– устанавливать и продолжать закономерности на сложение и вычитание чисел в пределах 100.

4. Время и движение

– устанавливать последовательность событий;

– обозначать время совершения действия (вчера, сегодня, завтра, утром, днем, вечером, ночью, весной, сейчас, позже, погодя, всегда), устанавливать их соответствие и взаимосвязь для решения логических задач;

– использовать знание величин и единиц измерения длины, площади, массы, объема (вместимости), времени при решении нестандартных задач.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

– распознавать плоские и пространственные фигуры, анализировать их свойства;

– выполнять преобразования моделей геометрических фигур по заданной инструкции (форма, размер, цвет);

– выделять группы предметов или фигур, обладающих общим свойством.

2.Площади

– определять количество клеток в фигуре, рисовать фигуры другой формы, но с таким же количеством клеток;

– использовать прием наложения фигур для определения равенства фигур;

– составлять фигуры из определенного набора частей разных/одинаковых по форме;

– делить (разрезать) простые фигуры на две и более частей.

3. Геометрические неравенства

– конструировать геометрические фигуры из палочек;

– вычислять периметр фигур и длины ломаных.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

– составлять числовые и буквенные выражения по рисункам;

– использовать буквенную запись для фиксации свойств чисел и фигур;

– составлять и решать простые уравнения по их образной интерпретации с помощью весов и геометрических фигур.

2. Функциональные зависимости

– устанавливать и изменять свойства предметов (цвет, форму, размер);

– анализировать таблицы для определения свойств фигур и предметов;

– использовать таблицу для классификации фигур и предметов;

– определять зависимости между величинами, компонентами арифметических действий и использовать их для решения задач.

3. Неравенства и оценки

– решать логические задачи с использованием числового луча на основе сравнения предметов (старше, моложе, самый высокий, самый узкий и так далее);

– решать нестандартные задачи на разностное сравнение;

– решать логические задачи на части и целое.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

– выполнять практические действия по распределению фигур и предметов в группы с равным количеством;

– наблюдать возможность практической расстановки парами, тройками и так далее (или раскладке в вазы, на полки и так далее поровну) без остатка.

2. Остатки

– наблюдать возникновение остатка при практической расстановке парами, тройками и так далее (или раскладке в вазы, на полки и так далее поровну).

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

– делать простые выводы и умозаключения, используя слова «верно» и «неверно»;

– обосновывать свои суждения, опираясь на уже известные правила и свойства;

– решать логические задачи-ловушки (задачи на устранение мнимых логических противоречий, внимательность), обосновывать свои решения;

– решать логические задачи, используя метод исключения («четвертый лишний»);

– использовать модели для решения логических задач (числовой луч, таблица).

2. Принципы решения задач

– строить цепочки логических рассуждений;

– соотносить полученный результат с условием задачи, оценивать его правдоподобие;

– осуществлять простой перебор вариантов.

3. Алгоритмы и конструкции

– составлять и использовать простые алгоритмы для определения последовательности действий при решении арифметических и логических задач.

4. Игры и стратегии

– понимать правила простых математических игр;

– действовать по правилам игры, придерживаться составленного плана (стратегии).

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

– осуществлять перебор всех вариантов перестановки двух, трех объектов (предметов, фигур, цифр, букв);

– использовать идею организованного перебора (группировка вариантов).

2. Теория множеств

– выделять группы предметов или фигур, обладающих общим свойством, составлять группы предметов по заданному свойству (признаку), выделять части группы;

– соединять группы предметов в одно целое (сложение), удалять части группы предметов (вычитание);

– проводить аналогию сравнения, сложения и вычитания групп предметов со сравнением, сложением и вычитанием величин;

– применять переместительное свойство сложения групп предметов;

– изображать группы с помощью овалов;

– сравнивать группы предметов по количеству;

– задавать группы предметов с помощью перечисления элементов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

– выполнять раскраску фигур по заданным условиям.

2. Теория графов

– выполнять задания на сопоставление предметов двух групп по определенному признаку.

3. Комбинаторная геометрия

– выполнять задания на поиск фигур заданной формы;

– конструировать фигуры (треугольник, четырехугольник и так далее) из палочек.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач:

– анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

– выбирать модели к нестандартным задачам на основе известных (схема, числовой луч, таблица, выражение);

– строить логические цепочки рассуждений, обосновывать свой ответ;

– применять известный теоретический материал для обоснования хода решения;

– использовать практические интерпретации для решения задач (геометрического содержания, на перебор вариантов, про разбиение объектов на равные группы);

– сопоставлять ответ с условием задачи.

2 класс

К концу обучения во втором классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

– восстанавливать пропущенные числа и знаки в примерах на сложение, вычитание, умножение и деление;

– использовать свойства сложения и вычитания для решения нестандартных арифметических задач;

– использовать при решении нестандартных задач приемы упрощения устного счета при сложении и вычитании чисел в пределах 1000: арифметические законы и прием дополнения числа до круглого;

– применять прием разбиения чисел на пары;

– использовать числовой луч в качестве инструмента при решении арифметических задач повышенной сложности;

– заполнять «магические» квадраты.

2. Числа и их свойства

– решать и составлять простые арифметические ребусы на сложение и вычитание двузначных чисел, умножение в пределах таблицы умножения;

– использовать известные свойства чисел в задачах на расстановку скобок и знаков арифметических действий (сложение, вычитание, умножение).

3. Закономерности

– устанавливать, продолжать закономерности в расположении геометрических фигур;

– восстанавливать пропущенные элементы в последовательностях с геометрическими фигурами и числами;

– устанавливать и продолжать закономерности на сложение и вычитание чисел в пределах 1000;

– выявлять закономерности в таблице умножения.

4. Время и движение

– устанавливать последовательность событий;

– обозначать время совершения действия (вчера, сегодня, завтра, утром, днем, вечером, ночью, весной, сейчас, позже, погодя, всегда), устанавливать их соответствие и взаимосвязь для решения логических задач;

– выполнять простые действия с единицами времени (сложение, вычитание);

– организовывать перебор вариантов при решении задач про время.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

– самостоятельно выявлять и анализировать свойства плоских и объемных фигур;

– использовать знание свойств фигур при решении нестандартных задач;

– выполнять преобразования моделей геометрических фигур по заданной инструкции (форма, размер, цвет).

2. Площади

– использовать прием наложения фигур для определения равенства фигур;

– составлять фигуры из определенного набора частей разных/одинаковых по форме;

– делить (разрезать) простые фигуры на две и более частей;

– проводить предварительный анализ для разрезания фигуры на равные части (подсчет количества клеток в частях, перебор возможных вариантов формы фигуры, состоящих из найденного количества клеток);

– осуществлять разрезание фигур на равные части с дополнительными условиями (например, чтобы каждая часть содержала поровну отмеченных клеток).

3. Геометрические неравенства

– конструировать геометрические фигуры из палочек;

– вычислять периметр фигур и длины ломаных;

– сравнивать длины путей по прямой и ломаной линии;

– использовать поиск равных участков путей для сравнения их длин.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

– составлять буквенные выражения по тексту задач и графическим моделям и, наоборот, составлять текстовые задачи к заданным буквенным выражениям.

– строить схемы, на которых единичный отрезок (часть) используется в качестве переменной.

2. Функциональные зависимости

– составлять числовые и буквенные выражения по рисункам на сложение, вычитание, умножение и деление;

– устанавливать и изменять свойства предметов (цвет, форму, размер);

– анализировать таблицы для определения свойств фигур и предметов;

– использовать таблицу для классификации фигур и предметов;

– определять зависимости между величинами, компонентами арифметических действий и использовать их для решения задач.

3. Неравенства и оценки

– решать логические задачи с использованием числового луча на основе сравнения предметов (старше, моложе, самый высокий, самый узкий и так далее);

– решать нестандартные задачи на разностное и кратное сравнение;

– решать логические задачи на части и целое.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

– выполнять практические действия по распределению фигур и предметов в группы с равным количеством;

– решать задачи на установление отношения «делится», «не делится»;

– использовать понятие о четных и нечетных числах, свойство чередования четных и нечетных чисел на числовом луче для решения нестандартных задач.

2. Остатки

– выполнять деление с остатком на основе графических моделей и вычислительного алгоритма.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

– делать простые выводы и умозаключения, используя слова «верно» и «неверно»;

– обосновывать свои суждения, опираясь на уже известные правила и свойства;

– решать задачи методом последовательного исключения вариантов, фиксировать шаги рассуждения в таблице;

– решать логические задачи-ловушки (задачи на устранение мнимых логических противоречий, внимательность), обосновывать свои решения;

– использовать модели для решения логических задач (числовой луч, таблица, схема).

2. Принципы решения задач

– использовать упорядочивание чисел (расположение по возрастанию/убыванию) при решении нестандартных задач;

– замечать «узкие места» в числовом ряду и использовать для построения конструкций;

– использовать систематический перебор при решении задач.

3. Алгоритмы и конструкции

– определять порядок действий, использовать обратные действия при решении задач;

– составлять и использовать простые алгоритмы для определения последовательности действий при решении арифметических и логических задач.

4. Игры и стратегии

– понимать правила простых математических игр;

– действовать по правилам игры, придерживаться составленного плана (стратегии).

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

– подсчитывать количество вариантов перестановки двух и трех объектов (предметов, фигур, цифр, букв);

– выполнять перестановки с ограничениями;

– использовать идею организованного перебора (группировка вариантов, связь с уже известными задачами);

– использовать возможностей для систематического перебора вариантов.

2. Теория множеств

– выделять группы предметов или фигур, обладающих общим свойством, составлять группы предметов по заданному свойству (признаку), выделять части группы;

– соединять группы предметов в одно целое (сложение), удалять части группы предметов (вычитание);

– проводить аналогию сравнения, сложения и вычитания групп предметов со сравнением, сложением и вычитанием величин;

– применять переместительное свойство сложения групп предметов;

– изображать группы с помощью овалов;

– сравнивать группы предметов по количеству;

– задавать группы предметов с помощью перечисления элементов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

– выполнять задания на раскраску по данным условиям;

– применять перебор вариантов при решении задач на раскраску.

2. Теория графов

– изображать граф знакомств;

– вычислять количество связей по схемам рациональным способом.

3. Комбинаторная геометрия

– выполнять задания на поиск фигур заданной формы;

– добиваться нужного количества геометрических фигур, изменяя положение палочек или увеличивая (уменьшая) их число.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

– анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

– выбирать модели к нестандартным задачам на основе известных (числовой луч, таблица, выражение, дерево вариантов);

– строить логические цепочки рассуждений, обосновывать свой ответ;

– применять известный теоретический материал для обоснования хода решения;

– использовать практические интерпретации для решения задач (геометрического содержания, на перебор вариантов, про разбиение объектов на равные группы);

– сопоставлять ответ (пример) с условием задачи.

3 класс

К концу обучения в третьем классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

– применять приемы рациональных вычислений: метод приведения к круглому числу, метод группировки (на примере группировки парами «сложи первое с последним»);

– использовать метод группировки в задачах с геометрическим содержанием;

– использовать метод дополнения до целого в клетчатых задачах;

– находить и использовать связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета.

2. Числа и их свойства

– применять алгоритмы сложения, вычитания и умножения чисел в столбик при решении числовых ребусов;

– использовать принцип «узких мест» для упрощения перебора в арифметических задачах на примере числовых ребусов;

– решать задачи на восстановление знаков действий, расстановку скобок;

– решать задачи на нахождение чисел с указанными свойствами.

3. Закономерности

– анализировать задачи с повторяющимися числами;

– находить циклы в арифметических задачах;

– вычислять длину цикла, количество циклов и остаток, а также применять эти понятия при решении задач;

– определять и использовать порядковый номер элемента цикла в задачах с «большими» числами.

4. Время и движение

– учитывать разницу часовых поясов при решении задач на движение;

– решать задачи про отстающие и спешащие часы.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

– выполнять повороты клетчатой фигуры на прямой угол;

– различать «зеркальные» фигуры;

– применять симметрию и повороты фигур при решении задач на разрезание.

2. Площади

– находить различные способы разрезания одной фигуры на равные части, основываясь на соображениях симметрии;

– применять метод перебора при решении геометрических задач на примере задач на разрезание и составление фигур из частей;

– изображать полный комплект фигур тетрамино и использовать эти фигуры при решении задач;

– использовать множество делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

3. Геометрические неравенства

– строить конструкции с отрезками и ломаными, используя метод «проб и ошибок»;

– решать задачи, связанные с соотношениями длин отрезков на прямой.

III.АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

– применять метод уравнивания для решения текстовых задач;

– строить вспомогательные схемы к нестандартным задачам, связанным с разностным и кратным сравнением величин;

– выбирать удобный единичный отрезок (часть) при построении схем к таким задачам.

2. Функциональные зависимости

– использовать формулы при решении нестандартных текстовых задач: площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда;

– решать задачи на раскраску поверхности объемных фигур.

3. Неравенства и оценки

– использовать правила сравнения многозначных чисел при решении задач;

– решать простейшие задачи на нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами;

– применять правила сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности найденного числа.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

– выводить признак делимости на 2 с помощью числового луча и зацикливания последней цифры;

– анализировать изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении;

– доказывать свойства четности суммы и разности двух чисел и использовать их при решении задач.

2. Остатки

– использовать признак делимости на 10 при решении задач;

– определять остаток от деления числа на 10 по его последней цифре числа;

– использовать правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение) при решении задач.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

– использовать понятия истинного и ложного высказывания при решении логических задач;

– составлять вопросы, позволяющие различить некоторые ситуации по ответам «да» и «нет»;

– определять два необходимых варианта для перебора и выполнять перебор этих вариантов в логических задачах.

2. Принципы решения задач

– использовать геометрические интерпретации при решении логических и арифметических задач;

– представлять условия задачи в виде нестандартного чертежа;

– использовать чертеж для решения задач с эффектом «плюс-минус один».

3. Алгоритмы и конструкции

– составлять алгоритм отмеривания определенного количества жидкости при помощи двух или более емкостей и источника жидкости;

– использовать табличную форму записи шагов алгоритма переливаний;

– укрупнять шаги алгоритма при наличии повторяющихся групп действий;

– применять идею анализа «с конца» при решении задач на переливание.

4. Игры и стратегии

– определять победителя в играх-шутках для двух игроков с фиксированным количеством ходов с помощью подсчета общего количества ходов;

– использовать простой анализ выигрышных позиций при выборе хода в математической игре для двух игроков.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

– использовать схемы (графы) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий);

– применять метод подсчета двумя способами при подсчете количества связей (количества игр в однокруговом турнире, количества ребер в двудольном графе);

– доказывать невозможность построения графа с определенным количеством связей, основываясь на свойствах четности и делимости чисел.

2. Теория множеств

– строить схемы на основе диаграммы Эйлера — Венна к задачам о множествах с данным количеством элементов;

– вычислять по схемам количество элементов в пересечении и объединении множеств по данным количествам элементов в множествах разными способами.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

– конструировать примеры раскрасок досок с определенными свойствами, основываясь на методе «проб и ошибок» и известных шаблонах раскраски (шахматная раскраска, диагональная раскраска в несколько цветов);

– доказывать с помощью принципа «узких мест» невозможность раскраски доски в меньшее (большее) количество цветов, чем найденное;

– использовать метод «проб и ошибок» и принцип «узких мест» при конструировании примеров в задачах на раскраску досок и расстановку фигур в клетках.

2. Теория графов

– использовать схему со связями (граф) для демонстрации односторонних и двусторонних связей между объектами;

– анализировать и использовать свойства графов при решении задач (число вершин, степени вершин);

– находить «одинаковые» (изоморфные) графы и изображать граф, равный (изоморфный) данному без самопересечений ребер.

3. Комбинаторная геометрия

– исследовать взаимное расположение точек и отрезков на плоскости;

– использовать изображение точек и отрезков, лежащих на одной прямой, для решения задач;

– строить простые конструкции с выпуклыми и невыпуклыми фигурами.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

– анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

– находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

– строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф);

– находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;

– использовать метод «проб и ошибок»;

– применять метод перебора в задачах с геометрическим содержанием;

– строить логические рассуждения в устной форме;

– формулировать гипотезы на основе наблюдения и доказывать их;

– преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;

– проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;

– делать краткую (схематичную) запись решения задачи.

4 класс

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

– решать задачи о разделении чисел на группы с равной суммой, о расстановке чисел в таблицах с выполнением свойств равенства сумм (математические квадраты);

– использовать свойство изменения суммы на число, на которое увеличилось каждое слагаемое.

2. Числа и их свойства

– искать возможные решения буквенных ребусов, используя метод «проб и ошибок»;

– находить все решения ребуса с помощью метода перебора;

– использовать принцип «узких мест», свойства четности для ограничения количества вариантов для перебора в арифметических задачах на примере буквенных ребусов;

– доказывать отсутствие решений у ребуса при помощи метода перебора, числовых оценок.

3. Закономерности

– замечать и преодолевать эффект «плюс-минус один» в арифметических задачах с помощью построения подходящей схемы (чертежа);

– выводить формулу для определения количества натуральных чисел в промежутке, используя числовой луч;

– формулировать гипотезы о числовых закономерностях на основе наблюдения и проверять их непротиворечивость на «малых числах» (метод масштабирования).

4. Время и движение

– решать задачи на относительное движение с неполными данными;

– определять и разбирать возможные случаи для нахождения всех вариантов ответа в задачах на движение;

– использовать недельную и годовую цикличность при решении задач;

– конструировать примеры и доказывать невозможность конструкции в задачах про календарь.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

– изображать на плоскости пространственные фигуры, составленные из кубиков;

– применять для конструирования примеров и упрощения вычислений изображение по слоям фигуры, составленной из кубиков;

– решать задачи на разрезание пространственных фигур и составление фигур из объемных частей;

– вычислять объем пространственной фигуры, составленной из кубиков.

2. Площади

– строить способы разрезания фигуры на клетчатой бумаге, линии разреза в которых идут не по границам клеток;

– использовать свойство аддитивности площади и метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) для вычисления площадей фигур;

– проводить анализ возможных форм частей в задачах о разрезании не по линиям сетки.

3. Геометрические неравенства

– решать задачи, сводящиеся к поиску кратчайшего пути между двумя точками на плоскости;

– приближенно вычислять и оценивать с двух сторон длины ломаных и кривых с помощью нити;

– решать с помощью конструирования в пространстве задачи о непрямом измерении расстояний (на примере задачи о нахождении диагонали кирпича).

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

– применять прием «учти лишнее» в задачах о подсчетах.

2. Функциональные зависимости

– доказывать формулы перевода единиц измерения площади, объема фигур;

– решать задачи с нестандартными единицами измерения.

3. Неравенства и оценки

– использовать метод перебора при решении текстовых задач;

– применять идеи четности для уменьшения количества вариантов для перебора;

– доказывать оценки величины сверху или снизу.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

– доказывать свойство четности суммы нескольких чисел с помощью разбиения на пары;

– использовать свойства четности и метод разбиения на пары в доказательствах.

2. Остатки

– применять при решении задач свойство повторяемости на числовом луче чисел, делящихся на n, дающих одинаковые остатки от деления на n;

– конструировать примеры, связанные с повторяемостью остатков на числовом луче.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

– использовать отрицания элементарных высказываний при решении логических задач;

– находить все возможные варианты ответа с помощью перебора по персонажу в задачах о рыцарях и лжецах;

– строить и записывать цепочку рассуждений в логических задачах о рыцарях и лжецах.

2. Принципы решения задач

– формулировать гипотезы и проверять их непротиворечивость на малых случаях;

– разбивать задачу на эквивалентные подзадачи (использовать блоки в задачах на конструирование).

3. Алгоритмы и конструкции

– составлять алгоритм переправы;

– использовать табличную форму записи шагов алгоритма переправы;

– анализировать возможные дальнейшие шаги алгоритма для упрощения перебора вариантов.

4. Игры и стратегии

– отыскивать выигрышную стратегию в математических играх для двух игроков и доказывать ее с помощью перебора всех вариантов хода противника;

– изображать варианты ходов с помощью дерева вариантов.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

– изображать дерево вариантов для решения комбинаторных задач;

– подсчитывать количество путей в дереве вариантов с помощью правила умножения.

2. Теория множеств

– строить схемы на основе диаграммы Эйлера — Венна к задачам с неизвестным количеством элементов, а также выраженном в виде частей, дробей, процентов от одного и того же числа;

– использовать переменную и буквенные выражения при решении задач о множествах с неизвестным числом элементов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

– доказывать чередование объектов двух типов в ряду, круге;

– использовать свойства чередования объектов (, зависимость типа объекта от четности его номера в ряду, относительное количество чередующихся объектов).

2. Теория графов

– находить способ изображения фигуры одним росчерком (эйлерова пути в графе);

– доказывать невозможность изображения фигуры одним росчерком с помощью анализа степеней вершин графа.

3. Комбинаторная геометрия

– строить геометрические конструкции на основе выпуклых и невыпуклых многоугольников с заданным числом сторон;

– решать задачи о числе сторон в пересечении, объединении многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

– анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

– находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

– строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);

– находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;

– применять метод перебора в арифметических, логических задачах;

– строить логические рассуждения в устной и письменной форме;

– формулировать и решать вспомогательную задачу, которая позволяет построить гипотезу или проверить ее непротиворечивость;

– описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);

– преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;

– проверять ответ (пример) на соответствие в2сем условиям задачи;

– сравнивать алгоритмы по количеству действий, искать алгоритм с меньшим числом действий;

– делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения.

Тематическое планирование

1 класс

1 ч в неделю, всего 34 ч

	Тема занятия	**Кол-во часов**	**Основные олимпиадные идеи**
1	Свойства предметов	1	Анализ свойств предметов, сравнение предметов
2	Геометрические фигуры	1	Свойства плоских и пространственных геометрических фигур, перемещения на плоскости
3	Сложение и вычитание групп предметов	1	Логические задачи про «мешки» (мультимножества)
4	Перестановки	1	Опыт перебора всех вариантов расположения двух и трех объектов
5	Игра-соревнование № 1 (подведение итогов по темам 1–4)	1	Задачи по темам 1–4
6	Поиск закономерностей	1	Задачи на поиск закономерностей
7	Числовой отрезок	1	Сравнение, сложение и вычитание чисел на числовом отрезке
8	Ломаная линия. Многоугольник	1	Конструирование из палочек

9	Игра-соревнование № 2 (подведение итогов по темам 6–8)	1	Задачи по темам 6–8
10	Составление выражений	1	Задачи на составление числовых выражений
11	Компоненты сложения и вычитания	1	Задачи на взаимосвязь компонентов действий сложения / вычитания
12	Части фигур	1	Задачи на разрезание и составление фигур
13	Равные фигуры	1	Задачи на поиск равных фигур
14	Игра-соревнование № 3 (подведение итогов по темам 10–13)	1	Задачи по темам 10–13
15	Волшебные цифры	1	От чисел к буквам. Равенства со спичками
16	Задача и ее элементы	1	Логические задачи на части и целое. Обратное действие
17	Разностное сравнение	1	Логические задачи на разностное сравнение. Обратное действие
18	Перебор вариантов	1	Систематический перебор вариантов
19	Игра-соревнование № 4 (подведение итогов по темам 15–18)	1	Задачи по темам 15–18

20	Измерение величин	1	Логические задачи на измерение длины, массы, объема (вместимости)
21	Свойства величин	1	Логические задачи на свойства величин
22	Уравнения	1	Решение простых уравнений на сложение и вычитание
23	Поиск закономерностей	1	Задачи на поиск закономерностей
24	Игра-соревнование № 5 (подведение итогов по темам 20–23)	1	Задачи по темам 20–23
25	Составные задачи	1	Задачи на выбор и применение известных алгоритмов
26	Логические рассуждения	1	Задачи, требующие организации логических рассуждений
27	Танграм	1	Составление фигур из частей танграма
28	Таблицы	1	Задачи на поиск закономерностей в таблицах
29	Задачи-ловушки	1	Задачи с некорректными и неполными формулировками
30	Подведение итогов года	5	Представление «любимых» задач по всем темам

2 класс

1 ч в неделю, всего 34 ч

	Тема занятия	**Кол-во часов**	**Основные олимпиадные идеи**
1	Цепочки	1	Взаимосвязи в упорядоченных группах
2	Перестановки	1	Перестановки из 2–3 элементов
3	Задачи с палочками	1	Конструирование в арифметических и геометрических задачах
4	Быстрый счет	1	Приемы устных вычислений
5	Игра-соревнование № 1 (подведение итогов по темам 1–4)	1	Задачи по темам 1–4
6	Исчезнувшие знаки	1	Восстановление цифр, скобок и знаков действий + и –
7	Кто «лишний»?	1	Логические рассуждения, классификация
8	Порядок	1	Упорядочивание
9	Красота математики	1	Связь математических закономерностей с окружающим миром
10	Игра-соревнование № 2 (подведение итогов по темам 6–9)	1	Задачи по темам 6–9

11	Алгоритмы	1	Конструирование алгоритмов, задачи на обратные действия
12	Периметр многоугольника	1	Вычисление периметра многоугольников
13	Порядок действий	1	Алгоритмы решения задач и примеров
14	Свойства сложения и вычитания	1	Приемы рациональных вычислений и упрощения выражений
15	Игра-соревнование № 3 (подведение итогов по темам 11–14)	1	Задачи по темам 11–14
16	Плоские и объемные фигуры	1	Выявление свойств и преобразование плоских и объемных геометрических фигур
17	Логика перебора	1	Систематический перебор вариантов
18	Таблицы	1	Закономерности в таблицах
19	Секреты числового луча	1	Модели умножения и деления на числовом луче
20	Компоненты умножения и деления.	1	Связи между компонентами умножения и деления
21	Игра-соревнование № 4 (подведение итогов по темам 17–20)	1	Задачи по темам 16–20
22	Задачи-ловушки	1	Задачи на устранение мнимых противоречий

23	Уравнения	1	Решение простых уравнений на умножение и деление на основе модели прямоугольника
24	Логические задачи	1	Решение логических задач на основе схем и таблиц
25	Задачи на сравнение: «НА» и «В».	1	Разностное и кратное сравнение чисел и величин
26	Точки и линии на плоскости	1	Задачи на взаимное расположение и построение линий на плоскости
27	Игра-соревнование № 5 (подведение итогов по темам 22–26)	1	Задачи по темам 22–26
28	Числовые закономерности и ребусы	1	Поиск числовых закономерностей и разгадка ребусов
29	Выражения	1	Составление числовых и буквенных выражений к задачам
30	Деление с остатком	1	Деление с остатком и делимость
31	Величины и их измерение	1	Преобразование величин
32	Нарисуй и посчитай	1	Изображение связей на схемах и рациональные подсчеты
33	Игра-соревнование № 6 (подведение итогов по темам 28–33)	1	Задачи по темам 28–32
34	Подведение итогов года	1	Представление «любимых» задач по всем темам

3 класс

1 ч в неделю, всего 34 ч

№	Название занятия	Кол-во часов	Основные олимпиадные идеи
1	*Занятие 1* Умный счет	1	1. Метод группировки парами. 2. Метод группировки в задачах с геометрическим содержанием.
2	*Занятие 2* Разрезания фигур	1	1. Способы решения задач на разрезание фигуры на равные части. 2. Представления о переборе вариантов. 3. Представления о симметрии и повороте фигур.
3	*Занятие 3* Круглые задачи	1	1. Приемы поиска циклов в числовых закономерностях. 2. Использование длины цикла для подсчетов.
4	*Игра 1* Мастера математики	1	Повторение тем занятий 1–3
5	*Занятие 4* Элементарно!	1	1. Методы нахождения количества элементов пересечения и объединения множеств с помощью диаграммы Эйлера — Венна.
6	*Занятие 5* Точки и кусочки	1	1. Геометрические свойства взаимного расположения прямых, отрезков и точек на плоскости. 2. Метод «проб и ошибок» при решении геометрических задач.
7	*Занятие 6* (части 1 и 2). Путешествие с числами	1	1. Понятие суммы цифр числа и его применение в задачах. 2. Способ решения задач на нахождение наибольшего/наименьшего числа (с помощью вычеркивания цифр). 3. Метод перебора вариантов.
8	*Занятие 7* Смотри!	1	1. Прием использования чертежей для решения нестандартных арифметических задач.

			2. Связь числа разрезов и числа частей при делении отрезка и окружности.
9	*Игра 2* Мини-домино	1	Повторение тем занятий 4–7
10	*Занятие 8* Переливания	1	1. Алгоритм. Табличная запись алгоритма (на примере задач на отмеривание жидкости при помощи двух и более емкостей). 2. Укрупнение шагов алгоритма (алгоритмические циклы). 3. Метод перебора вариантов.
11	*Занятие 9* Маршруты	1	1. Представление о графе как средстве отображения объектов и связей между ними. 2. Метод «проб и ошибок».
12	*Занятие 10* Числовые ребусы	1	1. Принцип «узких мест» для упрощения перебора на примере числовых ребусов.
13	*Игра 3* Биржа задач	1	Повторение тем занятий 8–10
14	*Занятие 11* Уравнивание	1	1. Использование вспомогательной схемы с единичным отрезком. 2. Метод «анализ с конца».
15	*Занятие 12* Четность	1	1. Четность суммы и разности двух чисел. 2. Признак делимости на 2. 3. Первичный опыт использования свойств четности при решении задач.
16	*Занятие 13* Кручу-верчу	1	1. Представления об осевой симметрии. 2. Поворот фигуры на прямой угол. 3. Использование симметрии и поворота при решении задач на разрезание.
17	*Занятие 14* Лови момент!	1	1. Способы работы с отрезками времени. 2. Первичный опыт решения задач на движение по реке (по течению и против) на примере задач про время.

18	*Игра 4* Математическое казино	1	Повторение тем занятий 11–14
19	*Занятие 15* Правда или ложь?	1	1. Основы математической логики высказываний. 2. Метод перебора при решении логических задач.
20	*Занятие 16* Игры на досках	1	1. Представления о выигрышных стратегиях в математических играх для двух игроков. 2. Метод «проб и ошибок» при решении геометрических задач.
21	*Занятие 17* Последняя цифра	1	1. Изменение последней цифры числа при арифметических действиях. 2. Признак делимости на 10 и его использование в задачах.
22	*Занятие 18* Раскраски досок	1	1. Метод «проб и ошибок» и принцип «узких мест» в геометрических задачах. 2. «Шахматная» раскраска досок других форм и размеров, чем обычная шахматная. 3. Представления об оптимальном решении.
23	*Игра 5* Математическая абака	1	Повторение тем занятий 15–18
24	*Занятие 19* Рукопожатия	1	1. Представление об изображении информации в виде графа. 2. Подсчет двумя способами.
25	*Занятие 20* Числовые лесенки	1	1. Метод перебора вариантов. 2. Разбиение задачи на подзадачи.
26	*Занятие 21* Прямые и ломаные	1	1. Свойство длин отрезков на прямой. 2. Метод подсчета двумя способами в геометрических задачах. 3. Представления об ослаблении условий при решении задач. 4. Метод «проб и ошибок» в геометрических задачах.

27	*Игра 6* Сделай сам	1	Повторение тем занятий 19–21
28	Повторение	7	Представление «любимых» задач по всем темам

4 класс

1 ч в неделю, всего 34 ч

	Название занятия	**Кол-во часов**	**Основные олимпиадные идеи**
1	*Занятие 1* Магический квадрат	1	Подсчет двумя способами в арифметических задачах, конструкции с натуральными числами
2	*Занятие 2* Остров рыцарей и лжецов	1	Метод перебора в логических задачах, использование отрицаний простейших высказываний
3	*Занятие 3* Переправы	1	Конструирование арифметических алгоритмов, алгоритмы с наименьшим количеством действий
4	*Занятие 4* Метод перебора	1	Сведение перебора в текстовой задаче к перебору малого числа вариантов, доказательство нахождения всех решений
5	*Игра 1*	1	Повторение тем занятий 1–4
6	*Занятие 5* Буквенные ребусы	1	Метод перебора в арифметических задачах, доказательство отсутствия решения (при помощи оценок, перебора вариантов, четности)
7	*Занятие 6* Дни недели	1	Недельная и годовая цикличность, день недели как остаток от деления на 7
8	*Занятие 7* Эффект «плюс-минус один»	1	Методы преодоления эффекта «плюс-минус один» (графический, разбиение на пары)
9	*Занятие 8* Площадь на клетчатой бумаге	1	Использование разбиения фигур на клетчатой бумаге на элементарные части для вычисления их площади
10	*Игра 2*	1	Повторение тем занятий 6–9

11	*Занятие 9* Малые случаи	1	Разделение задачи на эквивалентные подзадачи, метод проверки ответа (закономерности, формулы) на малых случаях
12	*Занятие 10* Разрезания по диагоналям клеток	1	Вспомогательный подсчет площади в задачах на разрезание не по линиям сетки, метод перебора
13	*Занятие 11* Четность суммы чисел	1	Критерий четности суммы ряда чисел, четность произведения двух чисел
14	*Занятие 12* Чередование	1	Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары.
15	*Игра 3*	1	Повторение тем занятий 11–14
16	*Занятие 13* По прямой — кратчайший путь!	1	Приближенное вычисление длин ломаных и кривых, кратчайшие пути на развертках
17	*Занятие 14* Учти лишнее	1	Метод «учти лишнее» при решении арифметических задач
18	*Занятие 15* Шахматная доска	1	Конструкции с шахматной доской, идея доказательства невозможности разрезания
19	*Занятие 16* Изобрази множество	1	Действия со множествами с неизвестным количеством элементов, методы решения задач про множества с процентами, долями и дробями
20	*Игра 4*	1	Повторение тем занятий 16–19
21	*Занятие 17* Остатки на числовом луче	1	Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на определенное число, повторяемость остатков

22	*Занятие 18* Одним росчерком	1	Использование степеней вершин в графе для проверки, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком, и нахождения концов росчерка
23	*Занятие 19* Строй стратегию	1	Понятие выигрышной стратегии, использование дерева перебора для доказательства стратегии
24	*Занятие 20* Задачи на движение	1	Методы решения нестандартных задач на относительное движение
25	*Занятие 21* Объемные фигуры	1	Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема, нестандартные единицы измерения
26	*Игра 5*	1	Повторение тем занятий 21–25
27	*Занятие 22* Дерево возможностей	1	Дерево вариантов для решения комбинаторных задач, подсчеты по дереву вариантов
28	*Занятие 23* Что в сундуке?	1	Повторение методов решения логических задач, изученных в начальной школе
29	*Занятие 24* Разрезания в пространстве	1	Изменение площади и объема простых фигур (квадрат, прямоугольный параллелепипед) при увеличении линейных размеров
30	*Занятие 25* Расположение фигур	1	Геометрические конструкции на плоскости, пересечение плоских фигур
31	*Игра 6*	1	Повторение тем занятий 26–31
32	Подведение итогов года	3	Представление «любимых» задач по всем темам

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова —М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu.ru/school/deti_konchep.pdf)

2. *Петерсон Л. Г.* Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография. / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. — М.: Институт СДП, 2018.

3. *Петерсон Л. Г.* Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. — М.: АПК и ППРО, УМЦ «Школа 2000…», 2007.

4. *Анисимов О. С*. Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О. С. Анисимов. — М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.

5. *Анисимов О. С*. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления) — М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.

6. *Венгер Л. А.* Педагогика способностей. — М.: Знание, 1973.

7. *Маслоу А.* Мотивация и личность. – СПб.: Питер, 2006

8. *Хинчин А. Я.* О воспитательном эффекте уроков математики //Математика в школе. — 1962. — № 3. — С. 30 – 40.

9. *Гнеденко Б. В.* Развитие мышление и речи при изучении математики. //Математика в школе. – 1991. — № 4. — С. 3 – 9.

10. *Гингулис Э. Ж.* Развитие математических способностей учащихся. // Математика в школе. — 1990. — № 1 — С. 14 – 17.

11. *Агаханов Н. Х.* Средовой подход как условие развития математически одаренных школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ. — 2013. — № 1 (129). — С. 120 – 124.

12. *Мелик-Пашаев А. А.* Проявление одаренности как норма развития // Психологическая наука и образование. — 2014. — Т. 19. — № 4. — С 15 - 21.

13. *Петерсон Л. Г., Абатурова В. В., Кубышева М. А.* Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика. — Профильная школа. — 2016. — № 2. — С. 6 – 22.

14. *Петерсон Л. Г., Кубышева М. А.* Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад — школа — вуз) // Педагогическое образование и наука. — 2014. — № 2. — С. 52 – 58.

15. *Петерсон Л. Г., Агаханова О. Н.* Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика». 1–9 классы / Подготовка учащихся общеобразовательных школ к решению нестандартных задач. — М.: Институт СДП, 2022.

16. *Петерсон Л. Г.*, *Агаханова О. Н.* Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса (ступень I) — М.: Институт СДП, 2021.

17. *Петерсон Л. Г., Агаханова О. Н.* Математический театр: II ступень курса «Олимпиадная математика» для 3–9 классов: учебное пособие. – М.: Институт СДП, 2022.