**Демонстрационный вариант**
**вступительной работы**
**по МАТЕМАТИКЕ**
**в 9 класс**

$\boxed{1}$ Пусть $f(x) = \dfrac{2x^2+3x-5}{x^3-x^2+x-1} - \dfrac{2x^2+5x+3}{x^3+x^2+x+1}$

**или** $g(x) = \left(\dfrac{3x+2}{x^2-4x+4} : \dfrac{9x^2-4}{4-x^2} + \dfrac{1}{3x-2}\right) : \dfrac{1}{6x-4}$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

⋆ Найдите $f\left(\dfrac{2}{17}\right)$ и $g\left(\dfrac{17}{8}\right)$.

⋆ Найдите $f\left(\sqrt{\sqrt{3}-1}\right)$ и $g(2-\sqrt{2})$.

⋆ Найдите наибольшее значение $f(x)$. Достигает ли $f(x)$ своего наименьшего значения?

⋆ Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x)$ на отрезке $[2;6]$.

⋆ Решите уравнение $f(x) = 2$.

⋆ Решите уравнение $g(x) = 4$.

$\boxed{2}$ Пусть $A = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ и $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

⋆ Упростите $\dfrac{1}{A} + \dfrac{1}{B}$.

⋆ Упростите $A \cdot B$.

⋆ Упростите $A^2 - B^2$.

⋆ Упростите $(A-B)^2$.

⋆ Упростите $\dfrac{1}{A^3} + \dfrac{1}{B^3}$.

⋆ Упростите $(2-\sqrt{3}) \cdot A + (2+\sqrt{3}) \cdot B$.

⋆ Найдите наибольшее целое число, которое не превосходит число $\dfrac{A}{B}$.

⋆ Запишите многочлен с целыми коэффициентами, корнями которого являются числа $A$ и $B$.

⋆ Используя только циркуль и линейку без делений, постройте отрезок, длина которого равна $A$. Единичный отрезок можно выбрать самостоятельно.

⋆ Используя только циркуль и линейку без делений, постройте отрезок, длина которого равна $B$. Единичный отрезок можно выбрать самостоятельно.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Пусть $f(t) = t^2 + 2t - 4$ и $g(t) = -t^2 + 2t + 4$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

$\star$ Решите уравнения $f(t) = 0$ и $g(t) = 0$. В ответе расположите корни этих уравнений в порядке возрастания.

$\star$ Решите уравнение $f(t) = g(t)$.

$\star$ Решите уравнение $f(t) \cdot g(t) = 0$.

$\star$ Решите уравнение $(f(t))^2 = (g(t))^2$.

$\star$ Найдите наименьшее значение выражения $f(t)$.

$\star$ Найдите наибольшее значение выражения $g(t)$.

$\star$ Сравните значения выражений $f(\sqrt{3})$ и $g(\sqrt{5})$.

$\star$ Сравните значения выражений $f(-2-\sqrt{3})$ и $g(-1+\sqrt{7})$.

$\star$ Решите уравнение $f(|2x-1|) = 0$.

$\star$ Решите уравнение $f(x^2) = 0$.

$\star$ Исследуйте уравнение $f(t) = a$ на количество корней, в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Исследуйте уравнение $a \cdot f(t) + b \cdot g(t) = 0$ на количество корней, в зависимости от значений параметров $a$ и $b$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Пусть $ABCD$ — трапеция, про которую известно: $BC || AD$, $BC = 5$, $AD = 13$, $AC \perp CD$, $\angle ADB = \angle CDB$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

$\star$ Найдите боковые стороны трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите высоту трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите площадь трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите длины диагоналей трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите тангенс угла $\angle ADC$.

$\star$ Найдите медианы треугольника $ACD$.

$\star$ Найдите высоту $QT$ треугольника $AQD$, где $Q$ — точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите площадь треугольника $AQD$, где $Q$ — точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите длины отрезков, соединяющих середины противоположных сторон трапеции $ABCD$.

$\star$ Найдите отношение, в котором биссектриса $QL$ треугольника $AQD$ делит сторону $AD$.

**или**

Пусть $ABCD$ — ромб, про который известно: $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 10$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

$\star$ Найдите площадь ромба $ABCD$.

$\star$ Найдите диагонали ромба $ABCD$.

$\star$ Найдите расстояние от центра ромба $ABCD$ до его сторон.

$\star$ Докажите, что треугольники $\triangle BDM$ и $\triangle DNC$ равны, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$.

$\star$ Докажите, что углы $\angle BDM$ и $\angle CDN$ равны, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$.

$\star$ Найдите угол $\angle MDN$, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$.

$\star$ Найдите углы треугольника $DMN$, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$.

$\star$ Пусть $U$ и $V$ — точки пересечения прямой $MN$ с прямыми $AD$ и $CD$ соответственно, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$. Найдите длины отрезков $UA$ и $CV$, если $AM : MB = 1 : 3$.

$\star$ Найдите в каком отношении прямая $MN$ делит диагональ $BD$, если $AM : MB = 1 : 3$, где $M$ и $N$ — точки, взятые соответственно на сторонах $AB$ и $BC$ так, что $AM = BN$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Пусть $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$.

Возможные, но не исчерпывающие, варианты постановки вопроса задачи:

$\star$ Исследуйте уравнение $f(x) = \dfrac{1}{x} + a$ на количество корней в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Исследуйте уравнение $f(x) = -x + a$ на количество корней в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Исследуйте уравнение $f(x) = ax + 4$ на количество корней в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Постройте график функции

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{при } x \geq 2; \\ -x^2 + 4 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

и исследуйте уравнение $g(x) = a$ на количество корней в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Постройте график функции

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{при } x \geq 2; \\ -x^2 + 4 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

и исследуйте уравнение $g(x) = a(x+2) + 4$ на количество корней в зависимости от значений параметра $a$.

$\star$ Постройте график функции

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{при } x \geq 2; \\ -x^2 + 4 & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

и исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} y = g(x); \\ |x| + |y| = a. \end{cases}$$

на количество решений в зависимости от значений параметра $a$.